

Etablissement : lycée Collégiale Mohammed ELQOURI	Matière : Mathématiques	Niveau : 3APIC
Année Scolaire : 2019/2020 Professeur : LAHSAINI Yassin	Chapitre 3: Repère dans le plan	Semestre : 2

I- Coordonnées d'un point

1- Définition et type des repères :

On considère trois points du plan non alignés O, I et J. On dit alors que (O, I, J) définit un repère du plan.

→ Si (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, on dit que le repère est orthogonal.

→ Si de plus $OI=OJ$. On dit que le repère est orthonormé.

→ Dans un repère (O, I, J) : O est appelé origine du repère ; l'axe graduée (OI) est appelé axe des abscisses et l'axe graduée (OJ) est appelé axe des ordonnées.

<p>Repère quelconque</p> <p>Les axes peuvent avoir n'importe quelle orientation et les graduations choisies pour les deux axes peuvent être différentes</p> <p>Figure 1</p>	<p>Repère orthogonal</p> <p>Les deux axes sont perpendiculaires mais les graduations des deux axes peuvent être différentes</p> <p>Figure 2</p>	<p>Repère orthonormé</p> <p>Les deux axes sont perpendiculaires et portent des graduations identiques (le point O est équidistant de I et J).</p> <p>Figure 3</p>

2- Coordonnées d'un point

(O, I, J) est un repère et M un point du plan :

→ La droite qui passe par M et qu'est parallèle à (OJ) coupe (OI) en un point d'abscisse noté x_M que l'on appelle abscisse du point M. (**Figure 1**)

→ La droite qui passe par M et qu'est parallèle à (OI) coupe (OJ) en un point d'abscisse noté y_M que l'on appelle ordonnée du point M. (**Figure 1**)

→ x_M et y_M sont appelés les coordonnées du point M on le note $M(x_M, y_M)$.

Remarque :

→ Si un point appartient à l'axe des abscisses alors son ordonnée est 0

→ Si un point appartient à l'axe des ordonnées alors son abscisse est 0

Exemples :

→ Le point D_1 à comme abscisse 3 et comme ordonnée -2 on écrit : $D_1(3, -2)$

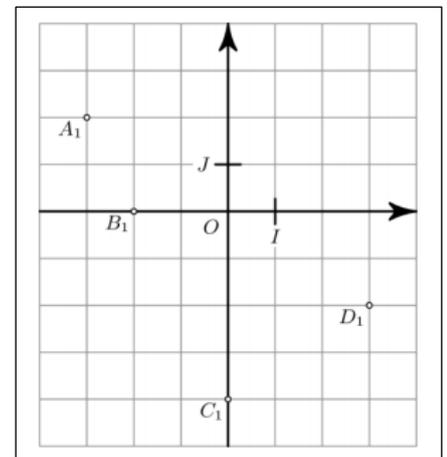
→ Le point B_1 à comme abscisse -2 et comme ordonnée 0 on écrit : $A_1(-2, 0)$

Application :

→ Donner les coordonnées des points A_1 et C_1

→ sur le repère (O,I,J) tracer les points des coordonnées suivants :

$A(2,3)$; $B(0,2)$ et $D(-3,-2)$.



II- Les coordonnées du milieu d'un segment

Propriété : Dans le plan muni d'un repère, si on a A(x_A, y_A) et B(x_B, y_B) alors les coordonnées de

M le milieu de [AB] sont : $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.on écrit M($\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}$).

Exemple :

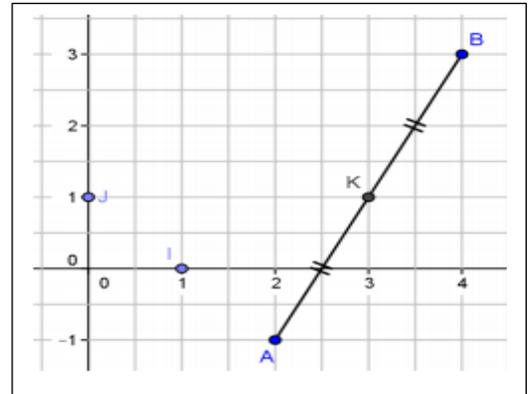
→ considère les points : A(2;-1) et B(4;3) alors les coordonnées de K, le milieu de [AB] sont :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ et } y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ . finalement } K(3,1)$$

Application :

→ On considère les points A(2;-1), B(3;2), C(-1;3) et D(-2;0) .

Montrer que le quadrilatère ABCD est parallélogramme



III- Les coordonnées d'un vecteur

Propriété 1 :

→ Dans un repère si deux points A(x_A, y_A) et B(x_B, y_B) , alors

le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées $x_B - x_A$ et $y_B - y_A$ on écrit : $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$

→ On peut lire directement les coordonnées du vecteur \vec{AB} sur le repère en décomposant le déplacement de A à B en un déplacement horizontal et un déplacement vertical.

Propriété 2 :

Deux vecteurs sont égaux signifie qu'ils ont les mêmes coordonnées.

Autrement dit $\vec{AB} = \vec{CD}$ signifie que : $x_B - x_A = x_D - x_C$ et $y_B - y_A = y_D - y_C$.

Propriété 2 :

Soient $\vec{AB}(a, b)$ et $\vec{CD}(c, d)$ et k un nombre réel alors : $k \times \vec{AB}(k \times a; k \times b)$ et $\vec{AB} + \vec{CD} = (a+c; b+d)$

Exemple :

→ Pour déplacer de A vers B , en fait un déplacement horizontal par 4 unités et un déplacement vertical par 9 unités alors les coordonnées de vecteur \vec{AB} sont : $\vec{AB}(4,9)$.

→ D'autre manière on a : A(1,-2) et B(5,7) alors $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$

Alors $\vec{AB}(5-1, 7-(-2))$ d'où $\vec{AB}(4,9)$

→ $2 \vec{AB}(2 \times 4, 2 \times 9)$ d'où $2 \vec{AB}(8; 18)$

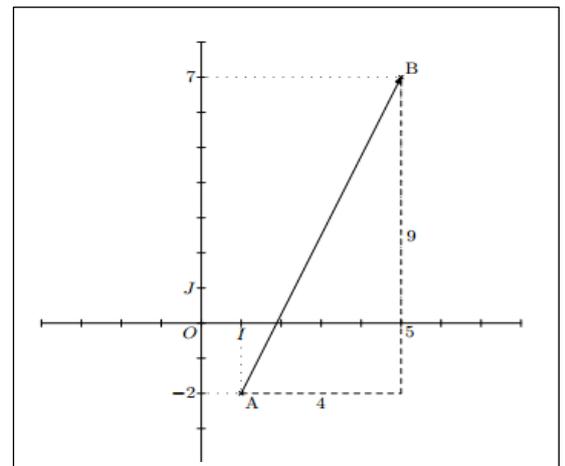
→ $\vec{OI}(1-0, 0-0)$ alors $\vec{OI}(1; 0)$ et $\vec{OJ}(0-0; 1-0)$ alors $\vec{OJ}(0; 1)$ d'où

$(\vec{OI} + \vec{OJ})(1+0; 0+1)$ finalement $(\vec{OI} + \vec{OJ})(1; 1)$

Application :

→ On considère les points A(2;-1), B(3;2), C(-1;3) et D(-2;0) .

Montrer que le quadrilatère ABCD est parallélogramme



→ Déterminer les coordonnées de : $\vec{AB} + \vec{AD}$:

→ Déterminer les coordonnées de E pour que ABCE soit un parallélogramme

IV- Distance entre deux points

Propriété :

→ Dans un repère orthonormé, si A($x_A; y_A$) et B($x_B; y_B$) alors : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Conséquence : si $\vec{AB}(a, b)$ alors $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$

Exemple :

→ soient A(2,4) et B(5,8) , alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$; d'autre manière on a $\vec{AB}(5-2; 8-4)$ signifie que $\vec{AB}(3, 4)$ alors $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

→ **Application :** Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points : A (-3 ; 4) , B(2,2) et C(4 ; -3) .

Montrer que le triangle ABC est isocèle.